

## Esercizi finali

1. In un triangolo  $ABC$  si considerino punti  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  rispettivamente sui lati  $AB$ ,  $BC$  e  $AC$  tali che:

$$AA' = \frac{1}{n}AB, BB' = \frac{1}{n}BC, CC' = \frac{1}{n}CA$$

ove  $n$  è un intero positivo assegnato.

Dimostrare che i triangoli  $ABC$  e  $A'B'C'$  hanno lo stesso baricentro.

2. Dato un triangolo acutangolo  $ABC$  siano  $U$ ,  $V$  i piedi delle altezze uscenti dai vertici  $A$  e  $B$ . Dimostrare che l'asse di  $UV$  passe per il punto medio di  $AB$ .
3. Sia  $a_1, \dots, a_n$  un riordinamento dei numeri  $1, 2, \dots, n$  con  $n$  dispari. Si dimostri che il prodotto:

$$(a_1 - 1)(a_2 - 2) \cdots (a_n - n)$$

è un numero pari

4. Ad un convegno partecipano 21 persone. Ciascuno dei partecipanti stringe la mano a ciascuno degli altri. Quante sono state complessivamente le strette di mani?
5. Fra i 33 studenti di una classe 18 giocano a calcio, 17 giocano a basket e 4 non praticano alcuno sport. Quanti sono gli studenti che giocano sia a calcio che a basket?